

中国海洋大学 2018 年硕士研究生招生考试试题

科目代码： 638

科目名称： 量子力学

一、简答题（每小题 10 分，共 50 分）

1. 写出沿 x 轴作一维运动的粒子的坐标本征态和动量本征态(须归一化为 δ 函数)。

2. 一维运动中，哈密顿量 $H = \frac{p^2}{2m} + V(x)$ ，求 $[x, H] = ?$ $[p, H] = ?$

3. 说明什么是 Bose 子和 Fermi 子，它们的波函数各有什么特点。

4. 不考虑自旋，对于氢原子通常选取什么力学量构成守恒量完全集？设其共同本征态为 ψ_{nlm} ，给出三个量子数的取值，并由此说明能级 E_n 的简并度。

5. 一个电子运动的旋量波函数为

$$\psi(\vec{r}, s_z, t) = \begin{pmatrix} \psi_1(\vec{r}, t) \\ \psi_2(\vec{r}, t) \end{pmatrix} = \psi_1(\vec{r}, t)\alpha + \psi_2(\vec{r}, t)\beta,$$

这里 $\alpha = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\beta = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ 分别代表 $s_z = \hbar/2$ (自旋向上) 和 $s_z = -\hbar/2$ (自旋向

下) 的本征态。写出表示 t 时刻电子自旋向上、位置在 \vec{r} 处的概率密度的表达式，以及表示电子自旋向下的概率的表达式。

二、(20 分) 电子的杨氏双缝干涉实验揭示了电子的波粒二象性。让电子枪一个一个地发出电子射向双缝，且前一个电子到达双缝后面的感光板后下一个电子才发出，电子打在感光板上造成感光。实验中感光板上不同位置相继出现点状的感光，起初看起来这些感光点的分布是无规的，但足够长时间后大量感光点

特别提醒：答案必须写在答题纸上，若写在试卷或草稿纸上无效。

形成了类似双缝干涉条纹的有规律的分布图样，表明该过程中有干涉现象存在。试根据以上事实，认真思考后回答以下问题：

1. 有人认为干涉是在不同电子之间发生的，这与哪个实验事实相矛盾？那么你认为电子是与谁发生了干涉？

2. 有人认为一个电子只能选择从一条缝穿过，结合(1)中的分析，这是否与存在干涉的实验事实相矛盾？你认为电子是如何穿过双缝的？这反映了电子的什么（波动、粒子）性质？

3. 哪个实验事实反映了电子的粒子性质？电子在什么情况下表现出粒子性？

三、(20分) 一个质量为 m 的粒子处在一维无限深方势阱的基态。势阱突然扩展为原来尺寸的 2 倍（右阱壁从 a 移到 $2a$ ），波函数暂时没受干扰。此时测量粒子的能量。

1. 写出未受干扰的波函数。
2. 可能的测量结果是什么？相应的概率是多少？
3. 最有可能的测量结果及其概率是多少？

四、(20分) 每一对不对易的可观测量都存在一个不确定原理，

1. 设 A 、 B 是两个不对易的可观测量，写出其不确定原理，
2. 设 $A=x^2, B=L_z$ ，计算其对易关系 $[x^2, L_z]$ ，写出其不确定原理，
3. 对氢原子态 ψ_{nlm} ，计算 B 的不确定度，
4. 在这一态中，关于坐标 x 和 y 的乘积的平均值 $\langle xy \rangle$ ，你能得到什么结论？

五、(20分) 一束速度为 v ，自旋 $S = 1/2$ 在 z 轴方向极化 ($S_z = +\hbar/2$) 的中性粒子，沿 x 轴方向通过宽为 L 的均匀磁场区，磁场大小为 B ，方向沿 x 轴正方向。已知粒子具有自旋磁矩 $\vec{M} = g\vec{S}$ ， g 为常数。

特别提醒：答案必须写在答题纸上，若写在试卷或草稿纸上无效。

1. 写出粒子在磁场中运动的哈密顿量；
2. 由 Schrodinger 方程求出粒子从磁场中穿出时的自旋波函数；
3. 如果希望通过磁场后全部都是 $S_z = -\hbar/2$ 的粒子，磁场强度 B 应取什么值？

六、（20 分） Charlie 将两个电子制备到某种状态后分别发送给相距足够远的 Alice 和 Bob，且他不断重复这一过程。Alice 和 Bob 接收到电子后各沿两个不同方向随机测量电子的自旋分量 Q 、 R 和 S 、 T ，测量结果均为 ± 1 。设 Alice 和 Bob 每次测量的时空间隔是类空的，则根据局域实在论，无论两电子处于何态总有 CHSH 不等式： $\overline{QS} + \overline{RS} + \overline{RT} - \overline{QT} \leq 2$ ，其中 \overline{AB} 代表 A 、 B 之积的平均值。现

设两个电子处于自旋单态 $|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle_1|1\rangle_2 - |1\rangle_1|0\rangle_2)$ ，其中 $|0\rangle, |1\rangle$ 分别是 Pauli

算符 σ_z 的本征值为 $+1$ 和 -1 的本征态， $Q = \sigma_{z1}$ ， $R = \sigma_{x1}$ ，

$S = (-\sigma_{z2} - \sigma_{x2})/\sqrt{2}$ ， $T = (\sigma_{z2} - \sigma_{x2})/\sqrt{2}$ ，下标 1、2 分别是 Alice 收到的

电子和 Bob 收到的电子的标号。试根据量子力学证明

$$\overline{QS} + \overline{RS} + \overline{RT} - \overline{QT} = 2\sqrt{2},$$

即量子力学的预言违背 CHSH 不等式。

特别提醒：答案必须写在答题纸上，若写在试卷或草稿纸上无效。